

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضیات گسسته  
 نام دبیر: .....  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۲  
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر
ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف ثابت کنید حاصلضرب یک عدد گویای غیر صفر در عددی گنگ، عددی گنگ است. ب) مثال نقضی برای گزاره «هر عدد به صورت $2^n + 1$ اول است» ارائه دهید	۲/۵
۲	الف ثابت کنید میانگین هندسی دو عدد از میانگین حسابی آنها بزرگتر نیست. ب) ثابت کنید مجموع ۵ عدد صحیح متوالی بر ۵ بخش پذیر است.	۲
۳	چند عدد صحیح $a$ وجود دارد به طوری که $5a + 3 - a^2$ بر $a + 2$ بخش پذیر باشد؟	۲
۴	چند عدد طبیعی $b$ وجود دارد که باقیمانده تقسیم $78$ بر هر یک از آنها برابر با $8$ باشد؟	۲
۵	ب.م.م دو عدد $3n + 1$ و $5n - 2$ چه مقادیری می تواند باشد؟	۲
۶	باقیمانده تقسیم $3^{1399}$ بر $26$ چقدر است؟	۲
۷	معادله سیاله $91x + 130y = 1313$ را حل کنید.	۲/۵
۸	همه گراف های ساده مرتبه ۴ را رسم کنید.	۲
۹	به یک گراف اگر ۳ یال اضافه کنیم کامل می شود و اگر ۶ یال کم کنیم به گرافی ۶- منتظم تبدیل می شود. مرتبه این گراف چقدر است؟	۱/۵
۱۰	گراف $G$ با درجات رئوس $2, 2, 2, 2, 5$ و به شرطی که دو رأس درجه ۵ مجاور نباشند، چند دور به طول ۴ دارد؟	۱/۵
صفحه ی ۱ از ۱		

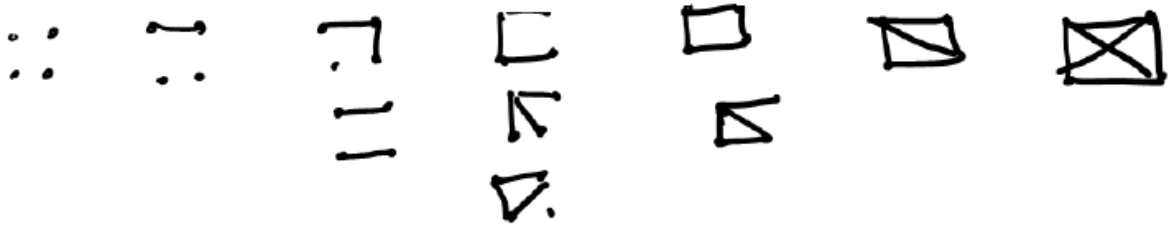
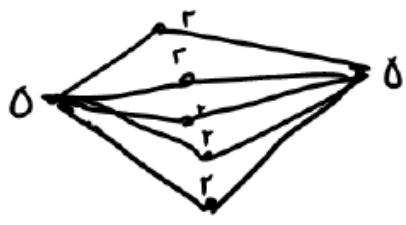
جمع بارم : ۲۰ نمره



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
**کلید** سوالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

نام درس: ریاضیات گسسته  
 نام دبیر: .....  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۲  
 ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ - صبح  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) $a, b \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ ب) مرکب: $n = 2^k \Rightarrow 2^{2k} + 1 = a$	
۲	الف) $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{ab} \leq a+b \Leftrightarrow 0 \leq a+b-2\sqrt{ab}$ $\Leftrightarrow 0 \leq (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$ ب) مجموعه اعداد صحیح: $5n \Rightarrow n = 5k$ $n-2, n-1, n, n+1, n+2 \Rightarrow$ مجموعه	
۳	$a+2 \mid a^2-5a+2$ $a+2 \mid a+2 \Rightarrow a+2 \mid a^2+2a$ $\Rightarrow a+2 \mid (a^2-5a+2) - (a^2+2a) = -7a$ $\Rightarrow a+2 \mid 7 \Rightarrow a+2 = \pm 1, \pm 7$	
۴	$7 \mid 9a+1 \Rightarrow 9a \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow 2a \equiv -1 \pmod{7}$ $9 \leq b$ $\Rightarrow b = 1, 14, 25, 7$	
۵	$(3n+1, 5n-2) = d \Rightarrow d \mid 3n+1 \Rightarrow d \mid 15n+5$ $d \mid 5n-2 \Rightarrow d \mid 15n-6$ $\Rightarrow d \mid 11$	
۶	$3^2 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow (3^3)^{499} \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 3^{1497} \equiv 1 \pmod{7}$ $3^{1498} \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow 3^{1499} \equiv 2 \pmod{7}$	
۷	$9 \mid x+13y = 13(3^k) \Rightarrow \sqrt{x+1} \cdot y = 1 \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{9}$ $\Rightarrow 3y \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k+1$ $\Rightarrow \sqrt{x+1} \cdot (3k+1) = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{1}{3k+1}$ $\Rightarrow x = -1 - 9k^2$	

	۸
$q + r = \binom{p}{r} \Rightarrow \binom{p}{r} - rP = q \Rightarrow \frac{p^r - p - rP}{r} = q$ $q - q = \frac{rP}{r}$ $\Rightarrow p^r - rP - 1A = 0 \Rightarrow (p - q)(p + r) =$ $\Rightarrow p = q \Rightarrow q = \binom{p}{r} - r = \binom{p}{r} - r = r^r$	۹
 $\Rightarrow \text{تعداد درج } = \binom{0}{r} = 1.$	۱۰
امضا:	نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ شماره